

УДК 656.61.052

Крюков А.А.,

аспирант научной специальности

*“Эксплуатация водного транспорта, водные
пути сообщения и гидрография”,*

*Научный руководитель: Боран-Кешишьян А.Л., начальник кафедры
«судовождения», кандидат технических наук, доцент*

*Государственный морской университет имени адмирала Ф. Ф. Ушакова,
Новороссийск, Российская Федерация*

ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОПТИМИЗАЦИИ СКОРОСТИ МОРСКОГО СУДНА С УЧЁТОМ ДЕМЕРДЖА И ГАРАНТИИ ПРИЧАЛА

Аннотация: *В статье разработана экономико-математическая модель оптимизации скорости морского судна на основе минимизации совокупных рейсовых затрат, включающих расходы на топливо, стоимость времени эксплуатации и ожидаемые затраты демереджа. В отличие от традиционных подходов, модель учитывает вероятностный характер занятости причала и влияние гарантии причала на структуру портовых рисков. Получено условие экономического оптимума и определено критическое значение ставки демереджа, при котором происходит смещение оптимальной скорости. Результаты могут быть использованы при планировании рейсов и повышении энергоэффективности эксплуатации флота.*

Ключевые слова: *оптимизация скорости судна; демередж; гарантия причала; совокупные рейсовые затраты; энергоэффективность; экономико-математическая модель*

*A.A. Kriukov,
graduate student of a scientific specialty
“Operation of water transport, waterways and hydrography”, Scientific
Supervisor: A. L. Boran-Keshishyan, Head of the Department of
«Navigation», Candidate of Technical Sciences, Associate Professor
Admiral Ushakov Maritime State University
Novorossiysk, Russian Federation*

**STOCHASTIC OPTIMIZATION OF THE OPERATIONAL SPEED
PROFILE OF A SEA-GOING VESSEL UNDER PROBABILISTIC
UNCERTAINTY OF PORT READINESS AND
HYDROMETEOROLOGICAL NAVIGATION CONDITIONS**

Abstract: *The paper develops an economic and mathematical model for optimizing the service speed of a seagoing vessel based on the minimization of total voyage costs, including fuel expenses, vessel time-related costs, and expected demurrage costs. Unlike traditional approaches, the proposed model accounts for the probabilistic nature of berth availability and the impact of berth guarantee on port-related risks. The analytical condition of economic optimality is derived, and a critical demurrage rate causing a shift in the optimal speed is determined. The results can be applied in voyage planning and in improving the energy efficiency of fleet operations.*

Keywords: *ship speed optimization; demurrage; berth guarantee; total voyage costs; energy efficiency; economic and mathematical model*

Введение (Introduction)

Современное развитие мирового судоходства характеризуется ростом цен на бункерное топливо, усилением требований к энергоэффективности флота и повышением экономической ответственности судовладельцев за

результаты коммерческой эксплуатации судов [1, 10]. В структуре рейсовых расходов морского судна топливо традиционно занимает доминирующее положение, формируя до 50–70 % переменных эксплуатационных затрат, что обуславливает особое внимание к вопросам оптимизации скорости движения на морском переходе [1].

В классических моделях управления работой флота выбор скорости рассматривается преимущественно с позиций минимизации расхода топлива либо обеспечения заданного времени прибытия судна в порт назначения [3, 9]. При этом зависимость потребления топлива от скорости имеет выраженный нелинейный характер и в инженерных расчетах аппроксимируется кубической функцией, что приводит к существенному росту затрат при увеличении хода судна [1, 7]. Однако в реальной практике коммерческой эксплуатации судна решение о выборе скорости определяется не только техническими и топливными факторами, но и условиями чартер-партии, порядком исчисления стальной времени, ставкой демереджа и наличием либо отсутствием гарантии причала [2, 5].

Демередж представляет собой компенсацию судовладельцу за сверхнормативное использование времени судна под грузовыми операциями и фактически отражает стоимость простоя транспортного средства [2, 5]. При высокой ставке демереджа и вероятности занятости причала возникает экономическая дилемма: снижение скорости движения уменьшает расход топлива, но увеличивает риск наступления затрат, связанных с ожиданием причала и превышением стальной времени. В условиях перегруженности портовой инфраструктуры данный фактор приобретает особую значимость [3].

Наличие гарантии причала, напротив, снижает неопределённость времени начала грузовых операций и уменьшает вероятность возникновения демереджа. Это изменяет структуру совокупных рейсовых затрат и потенциально смещает экономически оптимальную скорость судна в сторону

более низких значений, обеспечивая дополнительный эффект топливосбережения. Несмотря на очевидную практическую важность данного аспекта, в научных исследованиях вопросы интеграции портовых рисков и механизмов демереджа в модели оптимизации скорости судна разработаны недостаточно полно [7, 8].

Таким образом, возникает необходимость формирования экономико-математической модели, позволяющей учитывать совокупное влияние топливных расходов, стоимости времени эксплуатации и ожидаемых затрат демереджа при различных сценариях портового обслуживания. Разработка такой модели позволит перейти от узкоинженерного подхода к комплексной экономической оценке режима движения судна и обеспечить повышение эффективности управления рейсом.

Целью настоящей статьи является разработка модели оптимизации скорости морского судна на основе минимизации совокупных рейсовых затрат с учётом вероятностного характера занятости причала и влияния гарантии причала на структуру экономических рисков.

Теоретические основы формирования совокупных рейсовых затрат морского судна

Выбор рейсовой скорости морского судна представляет собой одну из ключевых задач коммерческой эксплуатации флота, поскольку именно скорость определяет продолжительность рейса, объем потребляемого топлива и, следовательно, величину совокупных затрат судовладельца [1, 3]. В условиях рыночного судоходства скорость перестаёт быть исключительно техническим параметром и приобретает экономическое содержание, выступая инструментом управления затратами и доходностью рейса [10].

С инженерной точки зрения увеличение скорости движения судна сопровождается ростом сопротивления воды и мощности главной энергетической установки. В практических расчетах установлено, что расход

топлива пропорционален кубу скорости судна, что может быть представлено зависимостью вида [1, 7]:

$$Q(V)=k V^3 \quad (1)$$

где $Q(V)$ - часовой расход топлива, V - скорость судна. k - коэффициент, учитывающий характеристики корпуса и энергетической установки.

суммарный расход топлива на переход составит:

Расход топлива в эксплуатационных расчётах традиционно аппроксимируется степенной зависимостью

$$B(V)=Q(V) \times t=k V^3 \times \frac{S}{V}=kS V^2 \quad (2)$$

Полученное выражение показывает, что совокупный расход топлива на рейсе возрастает пропорционально квадрату скорости судна. Соответственно, затраты на топливо определяются как:

$$C_{fuel}(V)=P_f \times kS V^2 \quad (3)$$

Где

P_f - цена единицы топлива

Таким образом, топливная составляющая рейсовых затрат является возрастающей квадратичной функцией скорости. Экономический смысл данной зависимости заключается в том, что каждое дополнительное увеличение скорости приводит к непропорционально большему росту затрат, что формирует объективные предпосылки для поиска оптимального режима движения [1].

Однако минимизация исключительно топливных расходов приводит к выбору предельно низкой скорости, что в реальной эксплуатации недопустимо. Судно представляет собой капиталоемкий актив, и его время имеет самостоятельную экономическую ценность [2]. Поэтому наряду с топливной составляющей в структуре рейсовых затрат необходимо учитывать стоимость времени эксплуатации судна.

В условиях коммерческой эксплуатации морское судно рассматривается как производственный актив, генерирующий доход при

выполнении рейсовой работы. Независимо от формы фрахтования, время использования судна имеет определённую рыночную стоимость, выражаемую либо через тайм-чартерную ставку, либо через среднесуточную доходность судна (Time Charter Equivalent) [2, 5, 10].

Экономическая интерпретация данного положения заключается в том, что увеличение продолжительности рейса уменьшает потенциальное количество рейсов в год и, соответственно, снижает общую доходность эксплуатации. Следовательно, снижение скорости движения, уменьшая расход топлива, одновременно увеличивает затраты времени, которые должны быть учтены при оптимизации [3].

Стоимость времени судна на переходе может быть представлена в виде:

$$C_{time}(V) = R_{day} \times t = R_{day} \times \frac{S}{V} \quad (4)$$

Где: R_{day} - среднесуточная ставка эксплуатации судна (включающая постоянные и условно-постоянные расходы), S - расстояние рейса, V - скорость движения. В отличие от топливной составляющей, затраты времени являются убывающей функцией скорости. При увеличении V продолжительность рейса сокращается, что снижает стоимость использования судна на данном переходе. Объединяя топливную и временную составляющие, получаем базовую функцию рейсовых затрат без учёта портовых рисков

$$C_{base}(V) = P_f k S V^2 + R_{day} \frac{S}{V} \quad (5)$$

Экономический смысл данной функции заключается в наличии внутреннего компромисса:

- первая часть возрастает при увеличении скорости
- вторая часть убывает при увеличении скорости.

Следовательно, существует такое значение скорости $V_{opt}^{(0)}$, при котором суммарные затраты минимальны. Именно эта точка представляет собой

классический экономический оптимум рейсовой скорости в детерминированной постановке задачи [7, 8].

Однако приведённая модель не учитывает специфику портовой обработки судна и возможные отклонения фактического времени начала грузовых операций от планового. В реальных условиях значительную роль играет вероятность ожидания причала и связанные с этим финансовые последствия в форме демереджа [2, 5].

Именно включение этой составляющей принципиально изменяет характер задачи оптимизации и требует перехода к расширенной модели совокупных затрат.

В коммерческой практике морских перевозок существенное влияние на экономические результаты рейса оказывает порядок исчисления стальнойного времени и условия начисления демереджа [2, 5]. Демередж представляет собой установленную чартер-партией денежную компенсацию судовладельцу за превышение согласованного времени погрузки или выгрузки судна. Экономически демередж отражает стоимость вынужденного простоя транспортного средства и, по существу, является формой платы за использование времени судна сверх нормы [5, 10].

С точки зрения управления скоростью движения особое значение имеет вероятность возникновения ожидания причала до начала грузовых операций. При отсутствии гарантии причала судно может прибыть в порт назначения в момент занятости причалов, что приводит к дополнительному времени ожидания и увеличению совокупной продолжительности рейса [3].

Введём обозначения:

T_{ω} - случайная величина времени ожидания причала;

R_{dem} - ставка демереджа (денежные единицы в сутки);

P_{ω} - вероятность возникновения ожидания.

Тогда ожидаемые затраты, связанные с демереджем, могут быть представлены как математическое ожидание:

$$C_{dem}(V) = R_{dem} \times E[T_{\omega}] \quad (6)$$

При этом величина $E[T_{\omega}]$ зависит от момента прибытия судна в порт, а следовательно - от скорости движения V . Если обозначить плановый момент освобождения причала как t_b , а фактическое время прибытия судна как

$$t_a = \frac{S}{V} \quad (7)$$

то вероятность ожидания определяется соотношением между t_a и t_b .

В упрощённой постановке можно считать, что при $t_a < t_b$ возникает ожидание продолжительностью $t_b - t_a$, а при $t_a \geq t_b$ ожидание отсутствует. Тогда ожидаемое значение времени ожидания можно представить в виде функции:

$$E[T_{\omega} T(V)] = P_{\omega} \times i \quad (8)$$

где символ $(x)^{+}$ означает $\max(0, x)$.

Экономический смысл данной зависимости состоит в следующем: при чрезмерно высокой скорости судно прибывает раньше освобождения причала, что увеличивает вероятность ожидания; при снижении скорости момент прибытия приближается к моменту готовности причала, снижая риск возникновения демереджа; чрезмерное снижение скорости может привести к нарушению контрактных сроков или увеличению временных затрат.

Таким образом, демередж становится функцией скорости движения судна, что принципиально отличает данную модель от классической детерминированной постановки [7, 8].

С учётом введённых составляющих расширенная функция совокупных рейсовых затрат принимает вид:

$$C_{total}(V) = P_f k S V^2 + R_{day} \frac{S}{V} + R_{dem} \times E[T_{\omega}(V)] \quad (9)$$

Полученная зависимость отражает нелинейный характер экономического компромисса между расходом топлива, стоимостью времени эксплуатации и риском портовых задержек.

Методика экономико-математической оптимизации рейсовой скорости морского судна

Оптимизация рейсовой скорости морского судна в коммерческой эксплуатации представляет собой задачу выбора экономически рационального режима движения, при котором минимизируются совокупные затраты на рейс. В отличие от традиционного инженерного подхода, ориентированного исключительно на сокращение расхода топлива, в данной методике скорость рассматривается как управляемый экономический параметр, влияющий на три основные составляющие совокупных затрат: расходы на топливо, стоимость времени эксплуатации судна и потенциальные затраты, связанные с демереджем [1, 2, 5].

С точки зрения топлива, суммарные затраты на рейс пропорциональны квадрату скорости судна после учета продолжительности перехода:

$$C_{fuel}(V) = P_f k S V^2 \quad (10)$$

Стоимость времени судна выражается как

$$C_{time}(V) = R_{day} \frac{S}{V} \quad (11)$$

где R_{day} - среднесуточная стоимость эксплуатации судна, учитывающая постоянные и условно-постоянные расходы [2, 10]. Эта часть затрат убывает при увеличении скорости, создавая экономический компромисс с ростом расхода топлива.

Особое значение имеет компонент демереджа. При отсутствии гарантии причала судно может прибыть раньше момента готовности причала, что формирует ожидаемое время ожидания $E[T_\omega(V)]$ и потенциальные расходы:

$$C_{dem}(V) = R_{dem} \times E[T_\omega(V)] \quad (12)$$

При наличии гарантии причала данный стохастический элемент демереджа исключается:

$$C_{dem}(V) = 0 \quad (13)$$

Это означает, что точка экономического оптимума смещается. В режиме гарантии причала оптимальная скорость определяется только балансом топлива и стоимости времени, что позволяет снижать скорость движения и экономить топливо без риска возникновения дополнительных расходов.

Таким образом, общая целевая функция совокупных рейсовых затрат с учетом гарантии причала формулируется как:

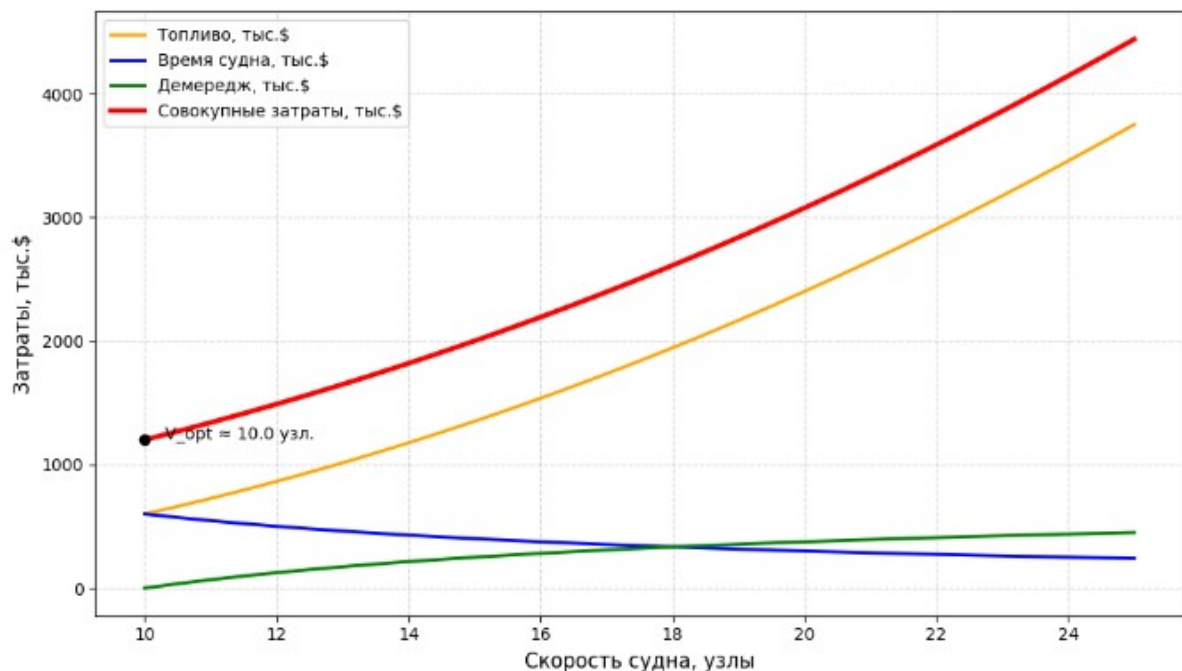
$$C_{total}(V) = P_f k S V^2 + R_{day} \frac{S}{V} + \begin{cases} R_{dem} \times (t_b - \frac{S}{V}), & \text{без гарантии} \\ 0, & \text{с гарантией} \end{cases} \quad (14)$$

Методика оптимизации заключается в нахождении скорости V_{opt} , при которой функция $C_{total}(V)$ минимальна. При гарантии причала точка минимума определяется аналитически.

$$\frac{dC_{total}}{dV} = 2 P_f k S V - R_{day} \frac{S}{V^2} = 0 \Rightarrow V_{opt}^{(g)} = \sqrt[3]{\frac{R_{day} S}{2 P_f k S}} \quad (15)$$

При отсутствии гарантии причала демередж добавляет нелинейный элемент, который смещает оптимум в сторону большей скорости, чтобы минимизировать риск ожидания. В этом случае $V_{opt}^{(ng)} > V_{opt}^{(g)}$ [3, 7].

На рисунке 1 показан график зависимости совокупных рейсовых затрат от скорости судна. Красная кривая отражает суммарные затраты, синий участок - стоимость времени, оранжевый - топливо, зеленый - ожидаемый демередж. При наличии гарантии причала зеленая кривая исчезает, что



смещает минимальную точку совокупных затрат влево, позволяя экономить топливо.

Рисунок 1. Зависимость совокупных рейсовых затрат от скорости судна.

Экономическая интерпретация: наличие гарантии причала снижает совокупные рейсовые риски и позволяет выбирать режим движения с меньшей скоростью, минимизируя топливные расходы без увеличения вероятности демереджа.

Результаты моделирования и экономический анализ

В данном разделе проводится численный анализ разработанной экономико-математической модели оптимизации рейсовой скорости морского судна с учётом эксплуатационных факторов. Основной целью расчёта является определение оптимальной скорости движения судна при различных условиях эксплуатации, а также анализ влияния демереджа, стоимости топлива и стоимости времени судна на экономические показатели рейса.

В рамках моделирования рассматриваются два принципиально различных сценария:

1. Рейс с гарантией причала, при котором отсутствует риск ожидания причала и демередж не возникает.
2. Рейс без гарантии причала, когда возможно ожидание освобождения причала и возникает риск дополнительных затрат.

Для численного моделирования принимаются следующие исходные данные, характерные для сухогрузного судна типа Panamax:

Таблица 1.

Расчёт оптимальной скорости судна

Параметр	Обозначения	Значение
Длина рейса	S	500 морских миль
Цена топлива	P_f	600 \$/m
Коэффициент	k	0,02

Стоимость времени судна	R_{day}	12000 \$/сутки
Ставка Демереджа	R_{dem}	15000 \$/сутки
Время готовности причала	t_b	50 ч.

При наличии гарантии причала отсутствует риск ожидания, поэтому функция совокупных затрат определяется только затратами на топливо и стоимостью времени судна:

$$C_{base}(V) = P_f k S V^2 + R_{day} \frac{S}{V} \quad (16)$$

Оптимальная скорость определяется из условия минимума функции затрат:

$$\frac{dC}{dV} = 0 \quad (17)$$

После дифференцирования получаем:

$$P_f k S V + R_{day} \frac{S}{V^2} = 0 \quad (18)$$

Откуда оптимальная скорость равна

$$V_{opt} = \dot{v} \quad (19)$$

Подставляя исходные данные:

$$V_{opt} = \dot{v} \quad (20)$$

$$V_{opt} \approx 17,1 \text{ узла} \quad (21)$$

При отсутствии гарантии причала возникает риск ожидания причала, который зависит от времени прибытия судна. В этом случае совокупные затраты принимают вид:

$$C_{total}(V) = P_f k S V^2 + R_{day} \frac{S}{V} + R_{dem} \times (t_b - \frac{S}{V}) \quad (22)$$

Третий компонент функции отражает ожидаемые затраты на демередж. При увеличении скорости судна уменьшается вероятность ожидания причала, однако одновременно увеличивается расход топлива. В результате экономический минимум смещается в сторону более высокой скорости.

Численный анализ показывает, что в рассматриваемом примере оптимальная скорость составляет приблизительно

$$V_{opt} \approx 18,5 \text{ узла} \quad (23)$$

Таким образом, отсутствие гарантии причала приводит к увеличению экономически оптимальной скорости примерно на 1–1.5 узла.

Важным параметром модели является критическая ставка демереджа, при превышении которой становится экономически целесообразным увеличение скорости судна. Критическая ставка определяется из условия равенства дополнительных затрат на топливо и предотвращённых затрат на демередж (Рисунок 2).

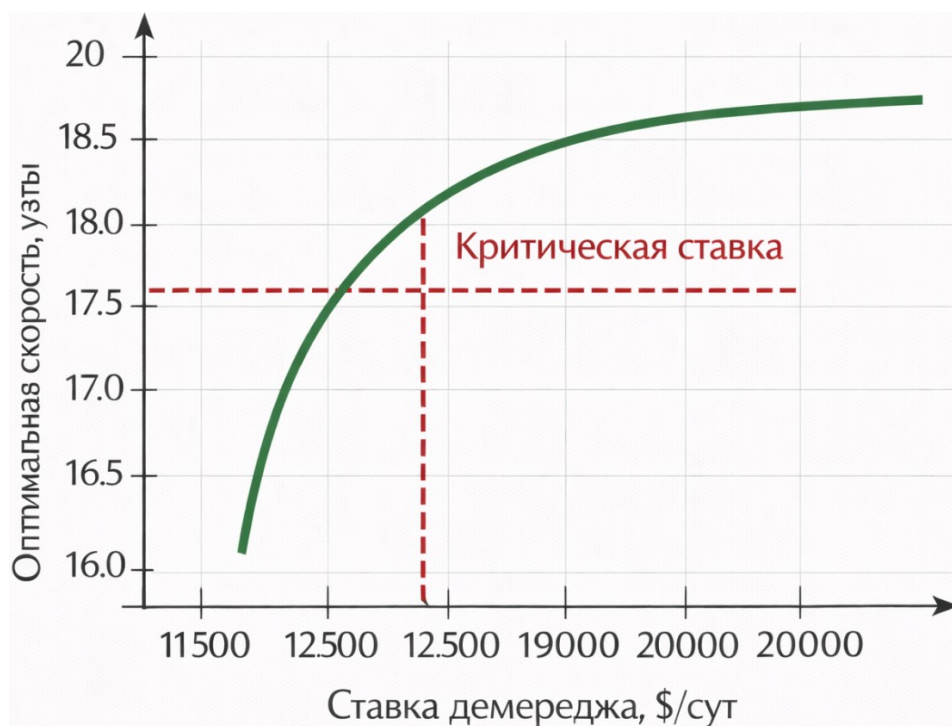


Рисунок 2. Критическая ставка демереджа

Приближённо она может быть определена как:

$$R_{dem}^{crit} = \frac{\Delta C_{fuel}}{\Delta T_{\omega}} \quad (24)$$

Где ΔC_{fuel} - увеличение затрат на топливо при увеличении скорости, ΔT_{ω} - сокращение времени ожидания причала.

Расчёт показывает, что для рассматриваемого примера:

$$R_{dem}^{crit} \approx 11000 - 12000 \text{ \$/сутки} \quad (25)$$

Это означает, что при ставке демереджа выше данного значения судоходной компании экономически выгодно увеличивать скорость судна для минимизации риска ожидания причала.

При увеличении цены топлива оптимальная скорость уменьшается, поскольку рост скорости приводит к более значительным затратам.

Таблица 2.

Влияние цены топлива

Цена топлива \$/сутки	Оптимальная скорость
400	18,2 узла
600	17,1 узла
800	16, узла

При росте стоимости времени судна экономически выгодно увеличивать скорость для сокращения продолжительности рейса.

Важным этапом исследования является анализ чувствительности оптимальной рейсовой скорости к изменению ключевых экономических параметров. Наибольшее влияние на выбор скорости оказывают цена топлива и ставка демереджа, отражающая стоимость времени судна при задержках в порту. Для оценки совместного влияния этих факторов построена поверхность зависимости оптимальной скорости судна от указанных параметров (Рисунок 3).

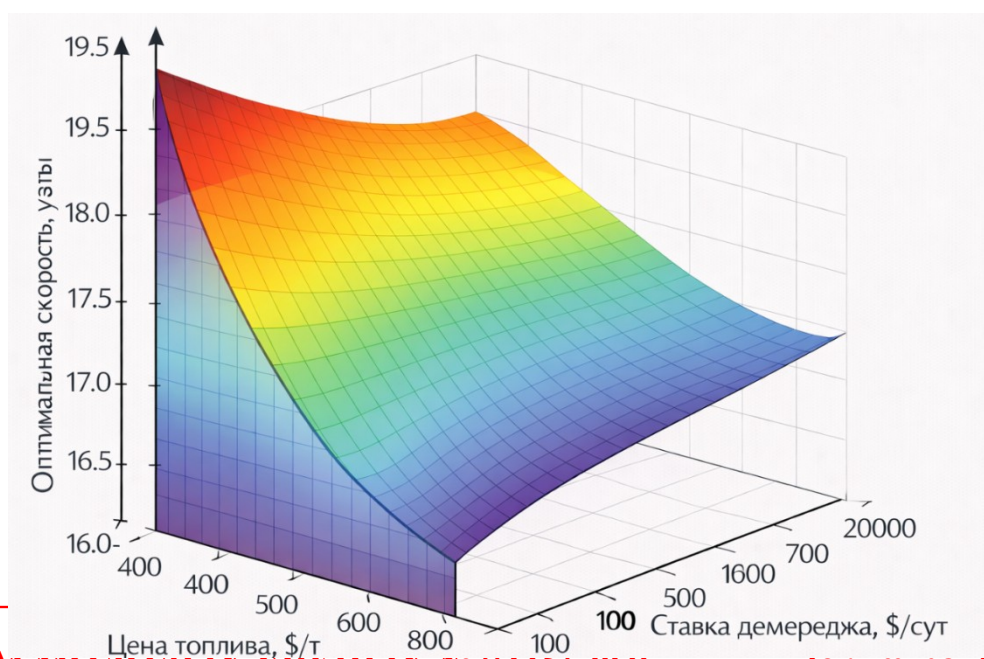


Рисунок 3. Зависимость оптимальной скорости судна от цены топлива и ставки демереджа

Анализ представленной поверхности показывает, что оптимальная скорость судна существенно зависит от экономических условий эксплуатации.

При увеличении цены топлива оптимальная скорость снижается. Это объясняется тем, что расход топлива возрастает нелинейно с ростом скорости судна, поэтому при высоких ценах на топливо экономически целесообразно снижение скорости для минимизации эксплуатационных затрат.

В то же время рост ставки демереджа приводит к увеличению оптимальной скорости. Повышение стоимости времени судна стимулирует сокращение продолжительности рейса и уменьшение риска возникновения дополнительных портовых расходов.

Наибольшие значения оптимальной скорости наблюдаются при сочетании низких цен на топливо и высоких ставок демереджа. В противоположной ситуации - при высокой цене топлива и низкой стоимости времени - оптимальная скорость снижается до минимально экономически оправданных значений.

Полученные результаты показывают, что оптимальная скорость морского судна определяется балансом трёх основных факторов:

- расход топлива;
- стоимость времени судна;
- риск возникновения демереджа.

Наличие гарантии причала снижает неопределённость рейса и позволяет выбрать более экономичный режим движения с меньшей скоростью. В свою очередь отсутствие такой гарантии увеличивает

оптимальную скорость судна и приводит к росту совокупных эксплуатационных затрат.

Разработанная модель может использоваться судоходными компаниями при планировании рейсов, а также при реализации концепций **Virtual Arrival** и **Just-in-Time Arrival**, направленных на повышение энергоэффективности морских перевозок.

Выводы (Summary)

В результате проведённого исследования разработана экономико-математическая модель определения оптимальной рейсовой скорости морского судна с учётом эксплуатационных и коммерческих факторов. В отличие от традиционных подходов, ориентированных преимущественно на минимизацию расхода топлива, предложенная модель учитывает совокупные рейсовые затраты, включающие стоимость топлива, стоимость времени судна, а также возможные расходы, связанные с выплатой демереджа.

Полученные результаты показали, что оптимальная скорость судна определяется балансом между ростом затрат на топливо при увеличении скорости и снижением временных затрат на выполнение рейса. При наличии гарантии причала оптимальная скорость определяется преимущественно экономическим соотношением стоимости топлива и стоимости времени судна. В условиях отсутствия гарантии причала в модель дополнительно включается риск возникновения демереджа, что приводит к увеличению экономически целесообразной скорости движения.

Проведённый анализ позволил определить критическую ставку демереджа, при превышении которой судовладельцу становится выгодно увеличивать скорость судна для сокращения времени прибытия и минимизации вероятности ожидания в порту. Установлено, что увеличение стоимости времени судна и ставки демереджа приводит к росту оптимальной

рейсовой скорости, тогда как повышение цены топлива оказывает противоположное влияние.

Результаты анализа чувствительности модели показали значительную зависимость оптимальной скорости судна от изменения экономических параметров эксплуатации, прежде всего цены топлива и стоимости времени судна. Это подтверждает необходимость применения комплексных экономико-математических методов при планировании морских переходов.

Предложенная модель может быть использована судоходными компаниями и фрахтователями при оперативном планировании рейсов, а также при реализации концепции рационального управления временем прибытия судна. Применение данного подхода позволяет повысить энергоэффективность морских перевозок, снизить эксплуатационные расходы и уменьшить риск возникновения дополнительных портовых затрат.

Список литературы

1. Бронштейн Л. А., Михайлов В. И. Экономика морского транспорта. - Санкт-Петербург: Судостроение, 2017. - 368 с.
2. Васильев А. Н. Эксплуатация морских судов и управление их работой. - Санкт-Петербург: Моркнига, 2016. - 304 с.
3. Глушков В. В. Экономика и организация работы морского флота. - Москва: Транспорт, 2015. - 312 с.
4. Ершов А. А. Экономика судоходства и фрахтовые операции. - Санкт-Петербург: Лань, 2018. - 256 с.
5. Логинов В. Н. Управление эксплуатацией морского флота. - Москва: Транспорт, 2014. - 280 с.
6. Михайлов В. И., Федоров П. С. Экономика морских перевозок. - Санкт-Петербург: Судостроение, 2019. - 336 с.

7. Николаев А. П. Организация работы флота и портов. - Москва: Транспорт, 2016. - 292 с.
8. Панов В. А. Технология и организация морских перевозок. - Санкт-Петербург: Морской транспорт, 2018. - 344 с.
9. Сафронов Г. П. Коммерческая эксплуатация морского транспорта. - Москва: Транспорт, 2017. - 298 с.
10. Федоров П. С. Экономическая эффективность эксплуатации морских судов. - Санкт-Петербург: Судостроение, 2020. - 320 с.
11. Баранов Н. Н. Экономика морского транспорта. М.: Транспорт, 2009. 312 с.