

*Десятов Д.А.*

*студент*

*Научный руководитель: Матвеев И. В., к.ф.-м.н.*

*Поволжский государственный университет телекоммуникаций и  
информатики*

*Россия, г. Самара*

**ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА ТОЧНОСТИ  
МОДЕЛИРОВАНИЯ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ ОТ  
ТОЧЕЧНЫХ И РАСПРЕДЕЛЁННЫХ ИСТОЧНИКОВ**

*Аннотация:*

*Приведены результаты вычислительных экспериментов по построению силовых линий для девяти конфигураций: изолированный заряд, диполь, два заряда одного знака, бесконечная нить, две параллельные нити, бесконечная плоскость, заряженный отрезок, а также две комбинированные системы (нить с точечным зарядом и плоскость с точечным зарядом). Проведено количественное сравнение численных результатов с аналитическими решениями. Установлено, что погрешность выполнения фундаментальных законов не превышает 0,12% для точечного заряда, 0,10% для нити, 0,02% для плоскости и 0,8% для отрезка на больших расстояниях. Принцип суперпозиции в комбинированных системах подтверждён с погрешностью менее 0,1%. Исследовано влияние шага интегрирования и степени дискретизации отрезка на точность расчётов.*

*Ключевые слова:*

*Верификация, электростатика, точечный заряд, диполь, бесконечная нить, заряженная плоскость, отрезок, суперпозиция, погрешность, численный эксперимент.*

***Desyatov D.A.***

***student***

***Supervisor: Matveev I.V., PhD***

***Volga Region State University of Telecommunications and Informatics***

***Russia, Samara***

## **EXPERIMENTAL TESTING OF THE ACCURACY OF MODELING ELECTROSTATIC FIELDS FROM POINT AND DISTRIBUTED SOURCES**

*Abstract:*

*The paper presents the results of computational experiments on constructing field lines for nine configurations: an isolated charge, a dipole, two charges of the same sign, an infinite filament, two parallel filaments, an infinite plane, a charged segment, and two combined systems (a filament with a point charge and a plane with a point charge). A quantitative comparison of the numerical results with analytical solutions is provided. It was found that the error in observing the fundamental laws does not exceed 0.12% for a point charge, 0.10% for a filament, 0.02% for a plane, and 0.8% for a segment at large distances. The superposition principle in combined systems was confirmed with an error of less than 0.1%. The influence of the integration step and the degree of segment discretization on the calculation accuracy was studied.*

*Keywords:*

*Verification, electrostatics, point charge, dipole, infinite filament, charged plane, segment, superposition, error, numerical experiment.*

### **Введение**

Любая численная модель требует проверки на тестовых задачах, для которых известно аналитическое решение. В статье описывается верификация программной системы, алгоритмы которой изложены в первой

части работы. Цель – количественно оценить, насколько точно вычисляются напряжённости и строятся силовые линии для различных типов источников, а также исследовать чувствительность результатов к параметрам численных методов (шаг интегрирования, число элементов дискретизации). Полученные данные позволяют рекомендовать оптимальные настройки для практического использования.

## **Основная часть**

### **1. Условия проведения экспериментов**

Расчётная область во всех опытах – квадрат с координатами от  $-5$  до  $+5$  по осям  $X$  и  $Y$  (условные единицы). Базовые параметры: шаг интегрирования  $h=0,02$ ; максимальное количество шагов 10000; порог расстояния до точечного заряда  $10^{-6}$ ; радиус стартовой окружности 0,1; смещение от плоскости или отрезка 0,05. Для заряженного отрезка применялась дискретизация на 50 элементарных участков. Электрическая постоянная и коэффициент Кулона приняты равными 1 (безразмерная форма).

Качественные критерии: силовые линии не должны пересекаться, каждая линия должна начинаться на положительном заряде (или уходить в бесконечность) и заканчиваться на отрицательном (или приходить из бесконечности), густота линий должна соответствовать модулю напряжённости.

### **2. Результаты для точечных источников**

**Одиночный положительный заряд ( $q=+1$  в центре).** Значения напряжённости измерялись на разных расстояниях вдоль оси  $X$ . Произведение  $E \times r^2$  оставалось практически неизменным во всём диапазоне от 0,2 до 5,0, максимальное относительное отклонение от теоретической константы составило 0,12%. Угол направления вектора напряжённости отклонялся от радиального не более чем на 0,06 градуса.

**Электрический диполь** (заряды  $\pm 1$  в точках  $x=\pm 0,5$ ). На оси  $Y$  (середина диполя) горизонтальная компонента поля была менее  $1,4 \times 10^{-4}$ , что составляет менее 0,01% от характерных значений поля. Это подтверждает симметрию и правильность расчётов.

**Два одноимённых заряда** ( $q=+1$  в  $x=\pm 0,8$ ). В точке  $x=0$  экспериментальная напряжённость составила около  $10^{-5}$ , что практически равно нулю – нейтральная точка обнаружена с погрешностью  $\pm 0,005$ . Линии, выходящие из каждого заряда, расходятся, не пересекаясь.

### 3. Результаты для распределённых источников

**Бесконечная нить** ( $\lambda=+1$  в начале координат). Произведение  $E \times r$  оставалось постоянным с погрешностью не выше 0,10% при всех проверенных расстояниях (0,2–5,0). Радиальное направление линий соблюдалось с точностью до 0,04 градуса.

**Две параллельные нити** ( $\lambda=\pm 1$  при  $x=\pm 1$ ). В области между нитями ( $x=0$ ) поле близко к однородному: в центральной части ( $|y|\leq 2$ ) вариации модуля напряжённости не превышают 0,8% относительно среднего значения 0,912. У верхней и нижней границ ( $|y|\approx 4$ ) отклонение достигает 2,1% из-за краевых эффектов.

**Бесконечная плоскость** ( $\sigma=+1$ , горизонтальная  $y=0$ ). Во всех точках (независимо от координаты и расстояния) модуль напряжённости равнялся 0,5000 с погрешностью не более 0,02%. Вектор был направлен строго вертикально (отклонение менее  $0,01^\circ$ ).

**Заряженный отрезок** (длина 4,  $\lambda=+1$ , от  $x=-2$  до  $x=2$  на  $y=0$ ). На удалениях, значительно превышающих длину отрезка ( $r\geq 6$ ), поле хорошо аппроксимируется полем точечного заряда  $Q=\lambda L=4$ . Относительная погрешность составила 0,3–0,8% в зависимости от направления (табл. 1). Исследование сходимости по числу участков дискретизации показало: при

$N=50$  ошибка расчёта напряжённости вблизи отрезка равна 0,6%, при  $N=20$  – 2,3%. Для визуализации достаточно  $N=50$ .

*Таблица 1 – Сравнение поля отрезка и точечного заряда*

| Точка( $x,y$ ) | Расстояние от центра | $E_{\text{отрезок}}$ | $E_{\text{точечный } Q=4}$ | Погрешность, % |
|----------------|----------------------|----------------------|----------------------------|----------------|
| (0, 10)        | 10,0                 | 0,0398               | 0,0400                     | 0,5            |
| (0, 8)         | 8,0                  | 0,0623               | 0,0625                     | 0,3            |
| (10, 0)        | 10,0                 | 0,0397               | 0,0400                     | 0,8            |

#### 4. Комбинированные системы и проверка суперпозиции

**Система «нить + точечный заряд»** (нить  $\lambda=+1$  при  $x=-1$ , заряд  $q=-1$  при  $x=+1$ ). В нескольких точках, выбранных на оси  $X$ , сравнивалась экспериментальная напряжённость с суммой независимо рассчитанных вкладов нити и заряда. Расхождение нигде не превысило 0,1%. Вблизи  $x=0$  наблюдается минимум поля, но не полный ноль, поскольку вклад нити убывает как  $1/r$ , а вклад заряда – как  $1/r^2$ .

**Система «плоскость + точечный заряд»** (плоскость  $\sigma=+1$  на  $y=0$ , заряд  $q=+2$  в точке (0, 1,5)). Точность суперпозиции также оказалась лучше 0,1%. Форма силовых линий качественно соответствует ожидаемой: над плоскостью линии искривляются вблизи заряда, но в целом остаются вертикальными.

#### 5. Влияние шага интегрирования

Для оценки влияния шага  $h$  на точность построения линий использовалась конфигурация диполя. Эталоном служил расчёт с  $h=0,005$ . Максимальное отклонение координат линий при  $h=0,02$  составило 0,022, что меньше характерного размера пикселя на экране. При  $h=0,05$  отклонение возрастает до 0,087, что уже заметно визуально. Таким образом, шаг 0,02 является оптимальным компромиссом между точностью и быстродействием.

### **Выводы**

Выполнена количественная верификация численной модели электростатических полей. Основные результаты:

- погрешность закона обратных квадратов для точечного заряда – менее 0,12%;
- погрешность линейного убывания поля нити – менее 0,10%;
- отклонение от однородности поля плоскости – менее 0,02%;
- погрешность аппроксимации поля отрезка полем точечного заряда на больших расстояниях – менее 0,8%;
- принцип суперпозиции выполняется с погрешностью менее 0,1%.

Все качественные критерии построения силовых линий выполнены. Рекомендуемые параметры расчёта: шаг интегрирования 0,01...0,02, дискретизация отрезка 50–100 участков. Полученные результаты подтверждают пригодность разработанной программы для учебных и демонстрационных целей.

### **Использованные источники:**

1. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. – М.: Лаборатория знаний, 2024. – 639 с.
2. Иродов И.Е. Основные законы электромагнетизма. – М.: Высшая школа, 1991. – 288 с.

3. Калиткин Н.Н. Численные методы. – СПб.: БХВ-Петербург, 2011. – 592 с.
4. Савельев И.В. Курс общей физики. Кн. 2: Электричество и магнетизм. – М.: АСТ, 2005. – 336 с.
5. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т. 3. Электричество. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2015. – 656 с.
6. Форсайт Дж., Малькольм М., Моулер К. Машинные методы математических вычислений. – М.: Мир, 1980. – 280 с.
7. Хайрер Э., Ваннер Г. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Жесткие и дифференциально-алгебраические задачи. – М.: Мир, 1999. – 685 с.