

*Пилипенко Евгений Васильевич  
Редькин Владислав Андреевич  
Каракотов Руслан Владимирович,*

*Студенты*

*научный руководитель: Р.А.Воронкин  
доцент кафедры инфокоммуникаций,*

*ФГАОУ ВО «Северо-Кавказский федеральный университет»*

## **ГЕНЕРАЦИЯ ВРЕМЕННОГО РЯДА НА ОСНОВЕ САМОПОДОБНОГО СЛУЧАЙНОГО ПРОЦЕССА**

*Аннотация:* Данное исследование направлено на изучение самоподобных свойств временного ряда на основе самоподобного случайного процесса. В процессе исследования были рассмотрены случайные процессы, имеющие распределение Парето и Вейбулла. Были сделаны выводы о влиянии самоподобия случайного процесса на самоподобные свойства временного ряда, построенного на его основе.

*Ключевые слова:* временной ряд, показатель Хёрста, распределение Парето, самоподобный трафик

*Pilipenko Evgeny Vasilievich*

*Redkin Vladislav Andreevich*

*Ruslan Karakotov Vladimirovich,*

*Students*

*scientific adviser: R.A. Voronkin*

## **TIME SERIES GENERATION BASED ON A SELF-SIMILAR RANDOM PROCESS**

*Abstract:* This research is aimed at studying the self-similar properties of the temporary radium based on a self-similar random process. In the course of the study, random processes with the Pareto and Weibull distribution were examined.

*Conclusions were made about the influence of the self-similarity of a random process on the self-similar properties of the time series built on its basis.*

**Keywords:** *time series, Hurst exponent, Pareto distribution, self-similar traffic*

**Общая постановка задачи.** Проведение исследований зависимости показателей Хёрста временного ряда, сформированного на основе самоподобного случайного процесса с показателем Хёрста.

Под самоподобием подразумевается повторяемость распределения нагрузки во времени при различных масштабах [2]. Если набор значений самоподобной функции (т.е. проявляющей признаки самокорреляции) разделить на равные группы, а затем просуммировать значения внутри групп, то набор сумм будет подчиняться той же самой корреляционной функции, что и исходные данные [1].

Возможные причины самоподобия сетевого трафика – в особенностях распределения файлов по серверам, их размерах, а также в типичном поведении пользователей [1]. Изначально не проявляющие свойств самоподобия потоки данных, пройдя обработку на узловых серверах и активных сетевых элементах, начинают проявлять ярко выраженные признаки самокорреляции [2].

Главным параметром, характеризующим степень самоподобия, является, так называемый - Показатель Хёрста (H).

Показатель Херста определяет для временного ряда  $x(t_i)$ ,  $t_i$  – дискретные моменты времени,  $1 \leq i \leq N$ , и описывается эмпирическим соотношением

$$\frac{R}{S} = (aN)^H \quad (1)$$

где  $a$  – константа,  $R$  – размах отклонения значений ряда  $x$ ,  $S$  – стандартное отклонение  $x$ .

Когда  $0,5 < H < 1$  говорят о поддерживаемом поведении процесса, либо о том, что процесс обладает длительной памятью. Иначе говоря, если в течение определенного времени наблюдались положительные приращения

процесса, то есть происходило увеличение, то и в будущем в среднем будет происходить увеличение.

В процессе исследования будут рассмотрены два распределения с «тяжелыми хвостами», которым будет подчиняться распределение интервалов времени событиями случайного процесса

**Исследование распределения Парето.** В качестве модели самоподобного трафика был рассмотрен поток, в котором время между приходом заявок имеет распределение Парето:

$$F(x) = 1 - \left(\frac{k}{\tau}\right)^\alpha \quad (2)$$

где  $\tau$  – интервал времени между поступлением очередных заявок в потоке с распределением Парето;  $k$  – коэффициент масштаба распределения Парето;  $\alpha$  – параметр формы распределения Парето.

Параметр формы распределения Парето  $\alpha$  зависит от показателя Хёрста следующим образом:

$$\alpha = 3 - 2H \quad (3)$$

При изменении показателя Хёрста в диапазоне  $H \in [0,5; 1)$  величина параметра формы изменяется в диапазоне  $\alpha \in (1; 2]$ .

С помощью RS-анализа были получены выборочные значения показателя Херста временного ряда в зависимости от показателя Херста случайного процесса. Результаты моделирования были сведены в таблицу 1.

Таблица 1 – Статистические характеристики для выборочного показателя Хёрста

Статистическая характеристика	Показатель Херста				
	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
Медиана	0.53	0.58	0.61	0.66	0.72
Размах	0.21	0.24	0.45	0.35	0.39
Математическое ожидание	0.54	0.57	0.59	0.67	0.74
Асимметрия	0.58	-0.28	1.53	0.67	0.28
Стандартное отклонение	0.05	0.06	0.09	0.09	0.10
Эксцесс	-0.21	-0.17	3.01	-0.41	-0.82

Таким образом, были сделаны выводы о характере зависимости между показателями Херста случайного процесса и соответствующими показателями Херста временного ряда. При показателях Херста случайного процесса равных 0.5 и 0.6, видно, что получились значения временного ряда близкие к изначальному показателю Херста. Расхождение составляет примерно 5% от начального показателя. Однако при показателях Херста случайного процесса равных 0.7, 0.8 и 0.9, значения временного ряда изредка совпадают с изначальным показателем Херста, чего нельзя сказать о медиане.

**Исследование распределения Вейбулла.** Теперь, в качестве модели самоподобного трафика был рассмотрен поток, в котором время между приходом заявок имеет распределение Вейбулла:

$$F(x, a, c) = [1 - \exp(-x^c)]^a \quad (4)$$

где  $c$  – параметр формы неэкспонированного закона Вейбулла;  $a$  – является параметром экспоненциальности, причем случай, когда  $a=1$  соответствует не экспоненциальному закону распределения Вейбулла.

Параметр формы распределения Вейбулла  $a$  зависит от показателя Хёрста следующим образом:

$$a = 2 - 2H \quad (5)$$

При изменении показателя Хёрста в диапазоне  $H \in [0,5; 1)$  величина параметра формы изменяется в диапазоне  $a \in (1; 2]$ .

С помощью RS-анализа были получены выборочные значения показателя Херста временного ряда в зависимости от показателя Херста случайного процесса. Результаты моделирования сведены в таблицу 2.

Таблица 2 – Статистические характеристики для выборочного показателя Хёрста

Статистическая характеристика	Показатель Херста				
	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
Медиана	0.54	0.53	0.55	0.52	0.54
Размах	0.15	0.28	0.19	0.2	0.18
Математическое ожидание	0.54	0.53	0.54	0.54	0.56
Асимметрия	0	0.28	0.15	1.13	0.55

Стандартное отклонение	0.05	0.06	0.06	0.05	0.05
Эксцесс	-1.4	0.54	-0.83	0.52	-0.79

Таким образом, можно сделать выводы о характере зависимости между показателями Херста случайного процесса и соответствующими показателями Херста временного ряда. При показателях Херста случайного процесса равных 0.5 и 0.6, видно, что получились значения временного ряда близкие к изначальному показателю Херста. Расхождение составляет примерно 5% от начального показателя. При показателях Херста случайного процесса равных 0.7, 0.8 и 0.9, видно, что значения временного ряда изредка совпадают с изначальным показателем Херста.

#### **Использованные источники:**

1. «Фрактальная катастрофа» TCP/IP [Электронный ресурс]. Режим доступа: [http://itc.ua/articles/\\_fraktalnaya\\_katastrofa\\_tcp\\_ip\\_5571/](http://itc.ua/articles/_fraktalnaya_katastrofa_tcp_ip_5571/)
2. Зюльков И.А. Самоподобные свойства трафика систем с повторными вызовами / И.А. Зюльков // Вестник ВГУ. – 2002. – (Серия «Физика, математика»). – № 1. – С. 20-26.