

**ВЫЧИСЛЕНИЕ ВЗВЕШЕННОЙ СУММЫ ВХОДНЫХ СИГНАЛОВ
ИСКУССТВЕННОГО НЕЙРОНА: ПРАКТИЧЕСКИЙ ПРИМЕР**
**CALCULATION OF THE WEIGHTED SUM OF INPUT SIGNALS OF AN
ARTIFICIAL NEURON: A PRACTICAL EXAMPLE**

Авхадиев Айдар Идрисович, студент 4 курса

Факультет экономико-математический

Уфимский университет науки и технологий, Нефтекамский филиал

г. Нефтекамск

Вильданов Алмаз Нафкатович, к.ф.-м.н.

Уфимский университет науки и технологий, Нефтекамский филиал

г. Нефтекамск

Avkhadiev Aidar Idrisovich, 4th year student

Faculty of Economics and Mathematics

Ufa University of Science and Technology, Neftekamsk Branch

Neftekamsk

Vildanov Almaz Naftovich, Candidate of Physical and Mathematical Sciences

Ufa University of Science and Technology, Neftekamsk Branch

Neftekamsk

Аннотация

В статье рассматривается практическая задача вычисления взвешенной суммы входных сигналов для отдельного искусственного нейрона. Актуальность работы обусловлена необходимостью глубокого понимания базовых операций нейронных сетей для последующего изучения многослойных архитектур и алгоритмов обучения. Приводятся исходные данные (три входных сигнала с соответствующими весами), пошаговый алгоритм расчёта и итоговый результат ($S = 2,1$). Подробно разбирается математическая модель нейрона, акцентируется внимание на роли взвешенной суммы в процессе прямого распространения сигнала. В выводах подчёркивается, что каждый входной сигнал вносит свой вклад в итоговую сумму, а знак и величина взвешенной суммы определяют дальнейшую активацию нейрона. Статья предназначена для студентов, изучающих основы машинного обучения и нейронных сетей, а также для начинающих специалистов в области Data Science.

Abstract

This paper addresses a practical problem of calculating the weighted sum of input signals for an individual artificial neuron. The relevance of the work is due to the need for a deep understanding of basic neural network operations for further study of multilayer architectures and learning algorithms. The initial data (three input signals with corresponding weights), a step-by-step calculation algorithm, and the final result ($S = 2.1$) are presented. The mathematical model of a neuron is discussed in detail, with a focus on the role of the weighted sum in the forward propagation process. The conclusions emphasize that each input signal contributes to the total sum, and the sign and magnitude of the weighted sum determine the subsequent activation of the neuron. The article is intended for students studying the basics of machine learning and neural networks, as well as for entry-level Data Science professionals.

Ключевые слова: искусственный нейрон, взвешенная сумма, входные сигналы, весовые коэффициенты, прямое распространение, нейронная сеть, машинное обучение, математическая модель нейрона.

Keywords: artificial neuron, weighted sum, input signals, weights, forward propagation, neural network, machine learning, mathematical model of neuron.

Актуальность рассматриваемой темы

Искусственный нейрон — базовый элемент любой нейронной сети, независимо от её сложности и архитектуры. Понимание его работы является фундаментом для изучения более сложных концепций: многослойных перцептронов, свёрточных сетей (CNN), рекуррентных сетей (RNN) и трансформеров.

Ключевой этап функционирования нейрона — вычисление взвешенной суммы входных сигналов. Этот этап:

- лежит в основе прямого распространения сигнала (forward propagation);
- определяет, насколько «активен» нейрон на основе текущих входных данных и весов;
- служит входным значением для функции активации, которая вносит нелинейность в работу сети.

Актуальность темы обусловлена тем, что:

- без чёткого понимания работы одного нейрона невозможно анализировать поведение многослойных архитектур;

- ошибки на этапе расчёта взвешенной суммы могут привести к некорректной интерпретации результатов обучения сети;
- навык ручного расчёта позволяет лучше понять, как изменения весов и входных сигналов влияют на выходной сигнал нейрона;
- данный расчёт — первый шаг в алгоритме обратного распространения ошибки (backpropagation), ключевом методе обучения нейронных сетей.

Освоение материала, представленного в данной работе, позволит студенту уверенно перейти к изучению более сложных тем: обучение нейронных сетей, оптимизация градиентными методами, регуляризация.

Теоретические основы работы искусственного нейрона

Математическая модель нейрона

Искусственный нейрон — это математическая абстракция, вдохновлённая биологическими нейронами. Формально выходной сигнал нейрона вычисляется в два этапа:

Этап 1. Вычисление взвешенной суммы (линейная комбинация):

$$S = \sum_{i=1}^n x_i \cdot w_i + b$$

где:

- x_i — входные сигналы (значения признаков);
- w_i — весовые коэффициенты (синаптические веса);
- b — смещение (bias), необязательный параметр, позволяющий сдвигать порог активации;
- n — количество входов.

Смещение b играет важную роль: оно позволяет нейрону активироваться даже при нулевых входных сигналах. В данной задаче смещение не используется ($b=0$), что упрощает расчёты, но в реальных нейронных сетях bias почти всегда присутствует.

Этап 2. Применение функции активации:

$$y = f(S)$$

Функция активации вносит нелинейность в работу нейрона, что позволяет нейронным сетям аппроксимировать сложные зависимости. Без нелинейности многослойная нейронная сеть сводилась бы к линейному преобразованию, что не давало бы преимущества перед однослойным перцептроном.

Роль взвешенной суммы

Взвешенная сумма S — это промежуточный результат, который:

- отражает суммарное влияние всех входных сигналов с учётом их важности (весов);
- служит аргументом для функции активации;
- определяет направление и величину градиента при обратном распространении ошибки.

Постановка задачи

Дан фрагмент нейронной сети. На входы одного из нейронов подаются следующие входные сигналы:

- $x_1 = 0.5$;
- $x_2 = -1.2$;
- $x_3 = -0.7$.

Каждому входному сигналу соответствует свой вес:

- $w_1 = 2.0$;
- $w_2 = 1.5$;
- $w_3 = -3.0$.

Требуется определить, какой входной сигнал поступает с выделенного нейрона (то есть вычислить взвешенную сумму S до применения функции активации).

Пошаговый алгоритм решения

Шаг 1. Запишем формулу для вычисления взвешенной суммы (без смещения):

$$S = x_1 \cdot w_1 + x_2 \cdot w_2 + x_3 \cdot w_3$$

Шаг 2. Подставим известные значения в формулу:

$$S = (0.5) \cdot (2.0) + (-1.2) \cdot (1.5) + (-0.7) \cdot (-3.0)$$

Шаг 3. Выполним вычисления по частям:

1. $0.5 \cdot 2.0 = 1.0$

2. $(-1.2) \cdot 1.5 = -1.8$

3. $(-0.7) \cdot (-3.0) = 2.1$

Шаг 4. Сложим полученные результаты:

$$S = 1.0 + (-1.8) + 2.1 = 2.1$$

Результаты и их интерпретация

Результат расчёта: взвешенная сумма входных сигналов $S = 2.1$.

Интерпретация:

- полученное значение $S = 2.1$ будет передано на вход функции активации нейрона;
- знак и величина S определяют, будет ли нейрон «активирован» (выдаст ненулевое значение) и насколько сильно;
- если бы функция активации была задана (например, ReLU, sigmoid), нужно было бы дополнительно применить её к S .

Анализ влияния входных сигналов:

- наибольший положительный вклад в S внёс сигнал $x_3 = -0.7$ из-за относительно большого по модулю отрицательного веса $w_3 = -3.0$, произведение дало $+2.1$;

- сигнал $x_2 = -1.2$ дал отрицательный вклад (-1.8) из-за отрицательного значения при положительном весе;
- сигнал $x_1 = 0.5$ добавил +1.0 к сумме.

Выводы

В ходе выполнения работы был реализован полный цикл вычисления взвешенной суммы входных сигналов для искусственного нейрона. Установлено, что:

- взвешенная сумма составила $S = 2.1$, что является промежуточным результатом перед применением функции активации;
- каждый входной сигнал внёс свой вклад в итоговую сумму, причём влияние определялось как величиной сигнала, так и значением соответствующего веса;
- расчёт взвешенной суммы — фундаментальный этап прямого распространения сигнала в нейронных сетях.

Полученный результат может быть использован:

- как вход для функции активации данного нейрона;
- для дальнейшего распространения сигнала по сети (если нейрон находится не в последнем слое);
- при расчёте функции потерь и градиентов в процессе обучения сети.

Понимание этого базового расчёта является необходимым условием для изучения более сложных аспектов машинного обучения, таких как обратное распространение ошибки, оптимизация весов и проектирование архитектур нейронных сетей. Рекомендуется в качестве самостоятельной работы:

- вычислить взвешенную сумму для других наборов входных данных и весов;
- исследовать, как изменение отдельных весов влияет на итоговую сумму;
- реализовать аналогичный расчёт с учётом смещения (bias).

Литература

1. Гудфеллоу Я., Бенджио И., Курвилль А. Глубокое обучение. — М.: ДМК Пресс, 2018. — 652 с. — ISBN 978-5-97060-618-4.
2. Николенко С.И., Кадурин А.А., Архангельская Е.О. Глубокое обучение. — СПб.: Питер, 2018. — 480 с. — ISBN 978-5-496-02880-5.

3. Хайкин С. Нейронные сети: полный курс. — М.: Вильямс, 2019. — 1104 с. — ISBN 978-5-8459-2069-0.
4. Bishop C.M. Pattern Recognition and Machine Learning. — New York: Springer, 2006. — 738 p. — ISBN 978-0-387-31073-2.
5. Рашид Т. Создаем нейронную сеть. — М.: Вильямс, 2017. — 272 с. — ISBN 978-5-8459-2170-3.

Literature

1. Goodfellow I., Bengio Y., Courville A. Deep Learning. — Moscow: DMK Press, 2018. — 652 p. — ISBN 978-5-97060-618-4.
2. Nikolenko S.I., Kadurin A.A., Arkhangelskaya E.O. Deep Learning. — St. Petersburg: Piter, 2018. — 480 p. — ISBN 978-5-496-02880-5.
3. Haykin S. Neural Networks: A Comprehensive Course. — Moscow: Williams, 2019. — 1104 p. — ISBN 978-5-8459-2069-0.
4. Bishop C.M. Pattern Recognition and Machine Learning. — New York: Springer, 2006. — 738 p. — ISBN 978-0-387-31073-2.
5. Rashid T. Make Your Own Neural Network. — Moscow: Williams, 2017. — 272 p. — ISBN 978-5-8459-2170-3.